



سبقت (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

نام آزمون: دهم فصل ۱ درس ۲

پشتیبانی استاد شاکریان: ۰۹۰۱۴۲۵۳۰۵۰

منبع: قلمچی ۹۹ دهم و سراسری

مجموعه مرجع و متمم یک مجموعه

۱) اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، مجموعه

سراسری - ۱۳۸۹ $(A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup (B - A))$ برابر کدام است؟

- ۱) $A' - B'$ ۲) $(A - B)'$ ۳) A' ۴) $\emptyset$

۲) اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، $(A \cap B') - (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۱

- ۱) B' ۲) $\emptyset$ ۳) $A \cap B$ ۴) $A - B$

۳) مجموعه $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$ برابر کدام است؟

سراسری - ۱۳۸۸

- ۱) $B - A$ ۲) B ۳) $\emptyset$ ۴) A'

۴) متمم مجموعه $(B - A)' - A$ نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۸۸

- ۱) $A \cup B$ ۲) $A \cap B$ ۳) A ۴) B

۵) اگر A و B دو مجموعه دلخواه ناتهی باشند، حاصل $(A \cap B') \cup (B - A')$ همواره کدام است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $A - B$ ۲) A ۳) B ۴) $B - A$

۶) اگر A و B دو مجموعه دلخواه ناتهی، $(A \subseteq B)$ و U مجموعه مرجع باشد، حاصل عبارت

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$(((A - B) \cap B') \cup ((B - A) \cap A))'$ کدام است؟

- ۱) $\emptyset$ ۲) $A - B$ ۳) $B - A$ ۴) U



منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۷) اگر $\mathbb{R}$ مجموعه مرجع باشد، کدام گزینه زیر صحیح است؟

- ۱) $N' \subseteq W' \subseteq Z' \subseteq Q'$ ۲) $Z' \subseteq W' \subseteq N' \subseteq Q'$ ۳) $N' \subseteq W' \subseteq Z' \subseteq Q$ ۴) $Q' \subseteq Z' \subseteq W' \subseteq N'$

۸) اگر N مجموعه مرجع، $A = \{2x | x \in N\}$ و $B = \{x \leq 2 | x \in N\}$ باشد، آن گاه مجموعه

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

 $(A \cup B)'$ چند عضو دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی شمار

۹) اگر $n(A \cap B') = ۲۰$ ، $n(B') = ۶۰$ و $n(A) = ۳۰$ باشد، آن گاه $n(A' \cap B')$ کدام

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

است؟

- ۱) ۸۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۷۰

۱۰) اگر A مجموعه ای نامتناهی و B مجموعه ای متناهی باشد، چند مجموعه از مجموعه های زیر همواره

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

نامتناهی خواهد بود؟ (A و B دو زیر مجموعه از مجموعه مرجع U هستند).الف - $A - B$ ب - $(A \cap B)'$ ج - $A' \cup B$ د - $B' - A$

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۱) اگر $A \subset B \subset C$ و U مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

 $C' \cap [B' \cap C' \cap A'] \cap [(A - B) - A]$ کدام است؟

- ۱) C' ۲) $\emptyset$ ۳) U ۴) B'

۱۲) متمم مجموعه $[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A]$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است).

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) A ۲) U ۳) $\emptyset$ ۴) A'

۱۳) اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه ای نامتناهی باشد، چه تعداد از مجموعه های زیر قطعاً نامتناهی هستند؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

(پ) $B \cap A'$ (ب) $A \cup B$ (الف) $A - B$ $(A \cup B)'$

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳



منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱۴) کدام گزینه با $(A \cup (A' \cap B)) \cap A'$ برابر است؟

$B - A$ ۴

$A \cap B$ ۳

$A - B$ ۲

$A \cup B$ ۱

۱۵) اگر A مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{2} \leq 5x - 1 \leq 2x$ ، $B = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$ ، $\mathbb{R}$

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

مجموعه مرجع باشد، حاصل $(A \cup B)'$ کدام است؟

$(0, 1) \cup (2, 6)$ ۴

$(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{1}{3}, 1)$ ۳

$(0, \frac{2}{9}) \cup (\frac{1}{3}, 1)$ ۲

$(0, 1] \cup [2, 6)$ ۱

۱۶) اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه $(B \cup (B \cap A)) \cap ((B - A) \cup B)'$

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

همواره کدام است؟ (U مجموعه مرجع است)

$\emptyset$ ۴

B' ۳

U ۲

A ۱

۱۷) اگر U مجموعه مرجع و دو مجموعه A و B جدا از هم نباشند، آن گاه چه تعداد از تساوی های زیر

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

صحیح می باشند؟

a) $A \cup A' = U$

b) $B \cap B' = \emptyset$

c) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

d) $A - (A \cap B) = A - B$

e) $A \cup B' = A - B$

f) $U - (A \cup B) = (A \cup B)'$

۶ ۴

۵ ۳

۴ ۲

۳ ۱

۱۸) U مجموعه مرجع و نامتناهی است. اگر A یک مجموعه نامتناهی و B یک مجموعه متناهی باشد،آن گاه A' مجموعه ای بوده و مجموعه $B - A$ ، مجموعه ای است.

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

نامتناهی - متناهی ۲

متناهی یا نامتناهی - نامتناهی ۱

متناهی یا نامتناهی - متناهی ۴

متناهی - متناهی یا نامتناهی ۳

۱۹) کدام مجموعه را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم تا $\mathbb{N}'$ یک مجموعه متناهی باشد؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$\mathbb{R}$ ۴

$\mathbb{W} \cap \mathbb{Q}$ ۳

$\mathbb{Z}$ ۲

$\mathbb{Q}$ ۱



۲۰) اگر مجموعه مرجع را اعداد حسابی در نظر بگیریم، $A' = \{0, 5, 7, 8, 9\}$ و $B = \{6, 7, 8, \dots\}$ باشد، آن گاه مجموعه $(A \cup B)'$ چند عضو دارد؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) بی شمار

۲۱) اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، کدام یک از روابط زیر نادرست است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $A \cap (A' \cap B) = \emptyset$ ۲) $(A' \cup B) \cap B = B$ ۳) $(A' \cap B') = \emptyset$ ۴) $A' \cap (A \cup B) = B$

۲۲) اگر $U = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ مجموعه مرجع و $A = \{x \in U | x \geq 8\}$ و $B = \{x \in U | x < 4\}$ باشد، آن گاه حاصل $(A \cup B)'$ کدام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $\{5, 6\}$ ۲) $\{3, 4, 5, 6\}$ ۳) $\{4, 5, 6, 8\}$ ۴) $\{4, 5, 6\}$

۲۳) اگر مجموعه اعداد صحیح، مجموعه مرجع باشد و مجموعه A' نامتناهی، مجموعه B متناهی و مجموعه C' متناهی باشد، کدام یک از گزینه های زیر حتماً متناهی است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $B' - A'$ ۲) $C' \cap B'$ ۳) $(A' \cap C')' \cup B'$ ۴) $C - B$

۲۴) دو مجموعه ناتهی A و B مفروضند. اگر $x \in (A \cup B)$ و همچنین $x \in (A - B)'$ باشد، الزاماً چند مورد از نتایج زیر درست است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- الف) $x \in A$ ب) $x \notin A$ ج) $x \in B$ د) $x \notin B$
- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۵) اگر $A \subseteq B \subseteq U$ باشد، کدام گزینه زیر مجموعه ای از A' است؟ A غیر تهی و U مجموعه مرجع است. منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) B ۲) $A \cap B$ ۳) $B' \cap A$ ۴) $(B - A)'$

۲۶) اگر مجموعه اعداد طبیعی، مجموعه مرجع و همچنین $A = \{x \in \mathbb{N} | x > 20\}$ و $B = \{7, 8, 9, \dots, 15\}$ باشد، مجموعه $A' \cap B$ شامل چند عدد زوج است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲



منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۲۷) اگر $A \subseteq B$ و $A \neq B$ باشد، آنگاه کدام گزاره نادرست است؟

۴) $A' \cap B = \emptyset$

۳) $A \cap B' = \emptyset$

۲) $A' \cup B = U$

۱) $B' \subseteq A'$

۲۸) اگر $A = (-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$ و $B = \mathbb{R} - [-1 - m, 1 - m)$ و

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$A' \cap B' = [-1, 0)$ باشد، آن گاه مجموعه مقادیر m کدام است؟

۴) $\{-1, 0, 1\}$

۳) $[-1, 1]$

۲) $[-1, 0]$

۱) $[0, 1]$

۲۹) کدام یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟ (مجموعه مرجع مجموعه اعداد حقیقی است.)

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱) اجتماع هر دو مجموعه‌ای که متمم یکدیگرند، برابر با مجموعه مرجع است.

۲) بازه‌ای که فقط یکی از اعداد آن صحیح می‌باشد، متناهی است.

۳) مجموعه اعداد گویا، زیرمجموعه متمم مجموعه اعداد طبیعی است.

۴) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای متناهی است.

۳۰) فرض کنید $A = \{1, 5, 6\}$ و $B \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ باشد، در این صورت مجموعه

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

A' شامل چند عدد است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۳۱) متمم مجموعه $A \cup (B - A)$ کدام است؟

۴) $A' - B'$

۳) $B' - A'$

۲) $A' - B$

۱) $A' \cup B'$

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه

۳۲) اگر $A_i = \{m \in \mathbb{Z} \mid -i \leq m \leq 8 - i\}$ باشد، مجموعه $\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i$ چند عضو

خارج از کشور - ۱۳۸۷

دارد؟ ($\bigcap_{i=1}^8 A_i$ یعنی اشتراک A_1 تا A_8 و $\bigcup_{i=1}^8 A_i$ یعنی اجتماع A_1 تا A_8)

۴) ۱۶

۳) ۱۵

۲) ۱۴

۱) ۱۳



(۳۳) در یک مدرسه ۳۲ نفر والیبال، ۲۰ نفر فقط فوتبال و ۵ نفر در هر دو رشته بازی می‌کنند، اگر ۵ نفر در هیچ رشته‌ای بازی نکنند، تعداد کل دانش‌آموزان این مدرسه کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۴۲ (۴)

۴۷ (۳)

۵۲ (۲)

۵۷ (۱)

(۳۴) اگر $n(A) = 2n(B) = 4n(A \cap B)$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{n(A \cup B)}{5n(A \cap B)}$ کدام است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۲ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)

(۳۵) اگر ۶۰ درصد دانش‌آموزان یک کلاس عضو تیم فوتبال و ۵۰ درصد عضو تیم والیبال باشند و ۱۰ درصد نیز در هیچ کدام از این دو تیم نباشند، چند درصد حداکثر در یکی از این دو تیم حضور دارند؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(۳۶) تعدادی از دانش‌آموزان یک کلاس ۴۰ نفری، خود را برای شرکت در المپیادهای ریاضی و شیمی آماده می‌کنند. می‌دانیم ۲۰ نفر از دانش‌آموزان این کلاس یا در هر دو المپیاد ثبت‌نام کرده‌اند یا در هیچ کدام ثبت‌نام نکرده‌اند. اگر ۱۵ نفر فقط در المپیاد ریاضی ثبت‌نام کرده باشند، چه تعداد از دانش‌آموزان این کلاس در المپیاد شیمی ثبت‌نام کرده‌اند؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

از ۱۰ تا ۲۵ نفر (۴)

دقیقاً ۱۰ نفر (۳)

از ۵ تا ۲۵ نفر (۲)

دقیقاً ۵ نفر (۱)

(۳۷) اگر $n(A' \cap B') = 24 - 2n(A - B)$ ، $n(B - A) = 4 + n(A - B)$ و

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱۱ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

(۳۸) اگر $n(A) = 8$ ، $n(C - A) = 10$ و $n(B - (A \cup C)) = 5$ باشد، حاصل

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

 $n(A \cup B \cup C)$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۲۲ (۳)

۱۵ (۲)

۲۳ (۱)



۳۹) اگر U مجموعه مرجع، $n(U) = ۱۲۰$ ، $n(A - B) = ۵۰$ و $n(B - A) = ۳۰$ باشد، آن گاه
متمم مجموعه $(A \cup B) - (A \cap B)$ چند عضو دارد؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۶۰ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۳۰

۴۰) اگر مجموعه شمارنده‌های طبیعی دو عدد ۳۲ و ۵۶ را به ترتیب A و B بنامیم، مجموعه $A \cup B$
چند عضو دارد؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۴۱) اگر U مجموعه مرجع $n(U) = ۱۰۰$ ، $n(A) = ۲۰$ ، $n(B') = ۶۰$ و $n(A \cap B) = ۱۵$ باشد،
 $n(A \cup B)$ کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۴۵ ۲) ۶۰ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۴۲) اگر $n(A \cup B) = ۲۰$ ، $n(B) = ۱۵$ و $n(A \cap B) = ۰٫۵n(A)$ باشد، در این صورت
 $n(A)$ کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۴۳) در یک مدرسه، ۶ نفر فقط در درس ریاضی و ۱۸ نفر فقط در درس شیمی قبول شده‌اند و ۱۵ نفر در
هیچ یک از این دو درس قبول نشده‌اند. اگر تعداد قبولی‌ها در درس ریاضی نصف تعداد قبولی‌ها در درس
شیمی باشد، تعداد دانش‌آموزان مدرسه کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۳۳ ۲) ۴۵ ۳) ۷۲ ۴) ۱۸

۴۴) در یک نظرسنجی که از ۱۵۰ نفر انجام شده ۷۲ نفر علاقه‌مند به فوتبال و ۶۴ نفر علاقه‌مند به
والیبال هستند و ۴۳ نفر به هر دو ورزش علاقه دارند. چند نفر از این ۱۵۰ نفر به هیچ کدام از این دو
ورزش علاقه ندارند؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۱۵ ۲) ۵۷ ۳) ۹۳ ۴) ۹۹



(۴۵) اگر $n(A - B) = ۰.۴n(A)$ ، $n(A \cup B) = ۱.۵n(A)$ و $n(B) = ۳۳$ باشد، آن گاه

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$n(B - A)$ کدام است؟

(۴) ۱۷

(۳) ۱۹

(۲) ۱۵

(۱) ۱۴

(۴۶) در یک کلاس ۳۰ نفره، ۲۰ نفر عضو تیم والیبال و ۱۷ نفر عضو تیم فوتبال هستند، چند نفر عضو

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

هر دو تیم هستند؟

(۴) ۱۷ نفر

(۳) حداکثر ۷ نفر

(۲) حداقل ۷ نفر

(۱) ۷ نفر

(۴۷) اگر $U = \{-۸, -۷, \dots, ۰, ۱, \dots, ۹\}$ مجموعه مرجع، $n(A) = ۱۲$ ، $A \cup B = U$ و

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$n(A \cap B) = ۱$ باشد، مقدار $n(B')$ کدام است؟

(۴) ۹

(۳) ۱۰

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

(۴۸) اگر $n(A) = ۲x + ۴$ ، $n(B) = x$ و $n(A \cup B) - n(A \cap B) = x + ۲۰$ باشد، مقدار

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

$n(B - A)$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) $x + ۱۲$

(۲) ۸

(۱) x

(۴۹) از بین ۴۷ دانش آموز یک مدرسه، ۲۴ نفر به ورزش والیبال و ۱۸ نفر به فوتبال علاقه مند هستند.

اگر ۳۲ نفر حداقل به یکی از این دو ورزش علاقه مند باشند، چند نفر فقط به ورزش والیبال علاقه مند

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

هستند؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۲

(۲) ۲۴

(۱) ۱۷

(۵۰) اگر $U = \{۱, ۲, ۳, \dots, ۲۰\}$ مجموعه مرجع، A مجموعه اعداد اول کوچک تر از ۲۰ و B مجموعه

منبع قلم چی - ۱۳۹۹

دلخواهی باشد، مجموعه $(A - B)' \cap (A \cap B)'$ چند عضو دارد؟

(۴) ۹

(۳) ۷

(۲) ۱۳

(۱) ۱۲



(۵۱) اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند، به طوری که
 $n(U) = ۸۰, n(A) = ۳۰, n(A \cap B) = ۱۰, n((A \cup B)') = ۲۰$ باشد، $n(B \cap A')$ کدام است؟
 منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۳۵ (۴)

۲۵ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

(۵۲) $\frac{1}{3}$ از اعضای مجموعه مرجع U فقط عضو $A - B$ هستند و ۱۰ درصد اعضای مجموعه U ، هم عضو A و هم عضو B هستند اگر $n(A') = ۳۴$ باشد، مجموعه A چند عضو دارد؟
 منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۱۶ (۲)

۲۶ (۱)

(۵۳) در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۸ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۲ نفر گروه تئاتر هستند و ۵ نفر نیز عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند، چه تعداد از دانش‌آموزان این کلاس فقط عضو یکی از گروه‌های سرود یا تئاتر هستند؟
 منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

(۵۴) اگر U مجموعه مرجع، $n(U) = ۵۰, n(A') = ۲۲, n(A - B) = ۲۰$ و $n(B) = \frac{1}{2} n(A)$ باشد، آن‌گاه $n(A \cup B)$ کدام است؟
 منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۳۸ (۴)

۳۶ (۳)

۳۴ (۲)

۳۲ (۱)

(۵۵) اگر A و B دو مجموعه مجزا، $n(A \cup B) = ۳۵$ و $n(A - B) = ۸$ باشد، آن‌گاه تعداد اعضای که فقط عضو مجموعه B می‌باشند، چند تا هستند؟
 منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۲۷ (۴)

۲۱ (۳)

۱۳ (۲)

۸ (۱)

(۵۶) اگر $n(A) = ۳۰$ و $n(A \cap B) = ۱۶, n(B) = ۲ n(A \cap B)$ باشد، حاصل $n(B \cap A')$ کدام است؟
 منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱۵ (۴)

۵ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)



(۵۷) اگر $A \subset U$ و $B \subset U$ باشد و $n[(A \cap B)'] = ۱۱$ و $n(A') + n(B') = ۱۳$ باشد، مقدار $n((A \cup B)')$ کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۴ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(۵۸) اگر $n(A) = ۲۵$ ، $n(B) = ۱۵$ و $n(A \cap B) = ۳$ باشد، آن گاه تعداد اعضای مجموعه مرجع کدام باشد تا فقط ۷ عضو داشته باشیم که نه عضو A باشد و نه B ؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۴۵ (۴)

۴۴ (۳)

۴۳ (۲)

۴۲ (۱)

(۵۹) در میان دانش آموزان یک کلاس، ۱۰ نفر در هر دو درس ریاضی و شیمی قبول شده اند. اگر تعداد دانش آموزانی که فقط در یکی از دو درس ریاضی یا شیمی قبول شده اند ۲۰ نفر و تعداد دانش آموزانی که در هیچ کدام از این دو درس قبول نشده اند ۳۰ نفر باشد، تعداد دانش آموزان این کلاس کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۶۰ (۲)

۴۵ (۱)

(۶۰) در یک مدرسه ۵۰ نفر فوتبال و ۳۰ نفر والیبال بازی می کنند و ۲۰ نفر هیچ یک از این دو ورزش را انجام نمی دهند. اگر این مدرسه ۹۰ نفر دانش آموز داشته باشد، چند دانش آموز فقط یکی از ورزش های فوتبال یا والیبال را انجام می دهند؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۷۰ (۲)

۶۰ (۱)

(۶۱) از بین ۶۰ دانش آموز، ۳۵ نفر در کلاس طراحی و ۳۱ نفر در کلاس ورزشی شرکت کرده اند. اگر ۴۶ نفر حداقل در یکی از دو کلاس شرکت کرده باشند، چند نفر فقط در کلاس طراحی شرکت کرده اند؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۲۹ (۴)

۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۱ (۱)

(۶۲) از بین ۱۰۰ دانش آموز یک مدرسه ۴۵ نفر عضو تیم فوتبال، ۲۵ نفر عضو تیم والیبال و ۵۵ نفر عضو حداقل یکی از این دو تیم هستند. تعداد دانش آموزانی که دقیقاً عضو یکی از دو تیم فوتبال یا والیبال هستند کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰ (۴)

۱۵ (۳)

۶۰ (۲)

۴۰ (۱)

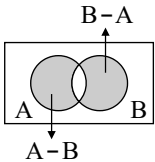
پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\begin{aligned} (A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup (B - A)) &= (A' \cap (A \cap B)') \cap (B \cap (A \cup A')) = (A' \cap (A' \cup B')) \cap (B \cap M) = A' \cap (A' \cup B') \cap B \\ &= A' \cap ((A' \cup B') \cap B) = A' \cap ((A' \cap B) \cup (B' \cap B)) = A' \cap (A' \cap B) = (A' \cap A') \cap B = A' \cap B = A' - B' \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

A و B را روی نمودار ون ببینید: $A - B$ و $B - A$ هیچ عضو مشترکی ندارند، پس وقتی $B - A$ را از $A - B$ کم می‌کنیم، چیزی از $A - B$ کم نمی‌شود و $A - B$ تغییری نمی‌کند.



در نتیجه:
از طرفی:

$$(A - B) - (B - A) = A - B$$

$$(A \cap B') - (B - A) = (A - B) - (B - A) = A - B$$

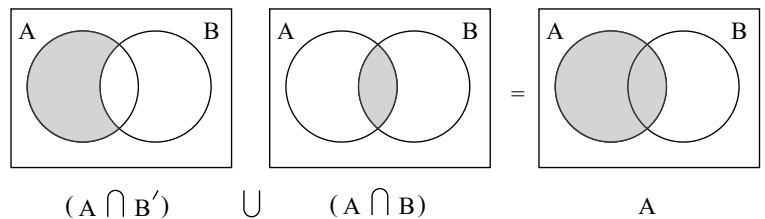
۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$\begin{aligned} (A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' &= (A \cap B')' \cap (A \cup B) \cap A' \\ &= (A' \cup B) \cap (A \cup B) \cap A' = (B \cup \emptyset) \cap A' = B \cap A' = B - A \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\begin{aligned} \text{متمم} &= ((B - A)' - A)' = ((B \cap A')' \cap A')' = ((B \cap A')')' \cup (A')' = (B \cap A') \cup A \\ &= (B \cup A) \cap (A' \cup A) = B \cup A = A \cup B \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵



$$B - A' = B \cap (A')' = B \cap A = A \cap B$$

مطابق شکل داریم:

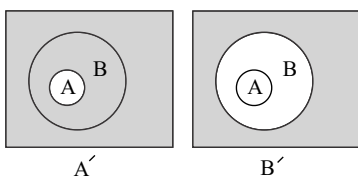
$$(A \cap B') \cup (B \cap A) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\left. \begin{aligned} A \subseteq B &\Rightarrow A - B = \emptyset, \quad \emptyset \cap B' = \emptyset \\ (B - A) \cap A &= (B \cap A') \cap A = \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow \emptyset \cup \emptyset = \emptyset \Rightarrow \emptyset' = U$$

مطابق نمودارهای ون زیر، اگر $A \subseteq B$ باشد، $B' \subseteq A'$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷



می‌دانیم:



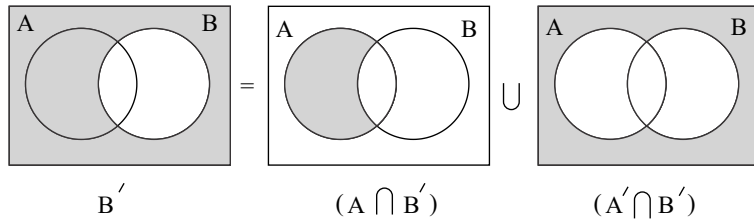
$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{Z}' \subseteq \mathbb{W}' \subseteq \mathbb{N}'$$

$$A = \{2, 4, 6, \dots\} \Rightarrow A' = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$A \cup (B')' = A' \cap (B')' = A' \cap B = \{1\} \Rightarrow \text{یک عضو دارد.}$$



با توجه به شکل بالا داریم:

$$n(B') = n(A \cap B') + n(A' \cap B') \Rightarrow 60 = 20 + n(A' \cap B') \Rightarrow n(A' \cap B') = 40$$

(الف) $A - B$: از آنجا که A نامتناهی است و B متناهی است، این مجموعه نامتناهی است. (۱۰)

(ب) $(A \cap B)'$: از آنجا که B متناهی است، $A \cap B$ نیز متناهی است. پس $(A \cap B)'$ نامتناهی خواهد بود.

(ج) $A' \cup B$: هم ممکن است متناهی شود و هم نامتناهی. مثلاً اگر $U = A = \{1, 2, 3, \dots\}$ و $B = \{1, 2\}$ و $A' = \emptyset$ و $A' \cup B = \{1, 2\}$ که متناهی است.

(د) $B' - A$: هم ممکن است متناهی شود و هم نامتناهی. مثلاً اگر $U = A = \{1, 2, 3, \dots\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ باشد، $B' - A = \emptyset$ و $B' - A = \{4, 5, 6, \dots\}$ که متناهی است.

(۱۱) (۱) (۲) (۳) (۴)

مجموعه داده شده را به سه قسمت (۱) و (۲) و (۳) تقسیم می‌کنیم:

$$\underbrace{C'}_{(1)} \cap \underbrace{[B' \cap C' \cap A']}_{(2)} \cap \underbrace{[(A - B) - A]}_{(3)}$$

داریم:

$$A \subset B \Rightarrow B' \subset A' \Rightarrow (B' \cap A') = B'$$

$$B \subset C \Rightarrow C' \subset B' \Rightarrow (C' \cap B') = C'$$

در نتیجه عبارت (۲) برابر است با:

$$(B' \cap C' \cap A') = C'$$

عبارت (۳) برابر است با:

$$A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset \rightarrow [(A - B) - A] = \emptyset - A = \emptyset$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) = C' \cap C' \cap \emptyset = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} \emptyset' = U$$

(۱۲) (۱) (۲) (۳) (۴) با توجه به ویژگی‌های مجموعه‌ها می‌دانیم:

$$\begin{cases} [A \cap (B \cup C)] \subseteq A & (1) \\ A \subseteq [(B - C) \cup A] & (2) \end{cases} \Rightarrow [A \cap (B \cup C)] \subseteq [(B - C) \cup A]$$

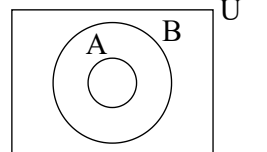
بنابراین:

$$[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A] = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} U$$

$$A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \subseteq B \\ \text{نامتناهی } A \end{cases} \Rightarrow \text{نامتناهی } B$$

(۱۳) (۱) (۲) (۳) (۴)





متناهی : $A - B = A - (A \cap B) = A - A = \emptyset$ (الف)

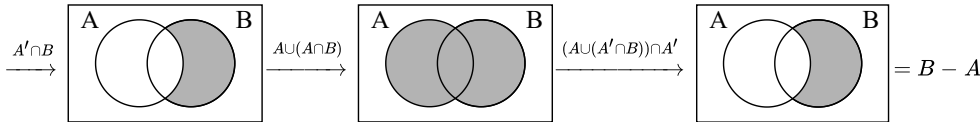
نامتناهی : $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$ (ب)

متناهی یا نامتناهی : $B \cap A' = B - A$ (پ)

متناهی یا نامتناهی : $(A \cup B)' = (B')' = B'$ (ت)

پس فقط یکی از مجموعه‌های داده شده قطعاً نامتناهی است.

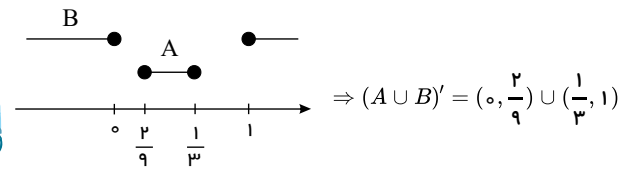
با استفاده از نمودار ون داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴)



(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵)

$$\frac{x}{2} \leq 5x - 1 \leq 2x \xrightarrow{\times 2} x \leq 10x - 2 \leq 4x \Rightarrow \begin{cases} 10x - 2 \geq x \\ 10x - 2 \leq 4x \end{cases}$$

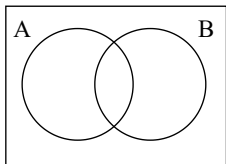
$$\Rightarrow \begin{cases} 9x \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{2}{9} \\ 6x \leq 2 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{2}{9} \leq x \leq \frac{1}{3} \Rightarrow A = \left[\frac{2}{9}, \frac{1}{3} \right]$$



(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

$$\left. \begin{aligned} B \cup (B \cap A) &= B \\ (B - A) \cup B &= B \Rightarrow ((B - A) \cup B)' = B' \end{aligned} \right\} \Rightarrow B \cap B' = \emptyset$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)



با توجه به نمودار ون رسم شده $A \cup A' = U$ و $B \cap B' = \emptyset$ و $(A \cap B)' = A' \cup B'$ و $A - (A \cap B) = A - B$ و $U - (A \cup B) = (A \cup B)'$ صحیح می‌باشد اما رابطه $A \cap B' = A - B$ نادرست است و شکل درست این رابطه به صورت $A \cap B' = A - B$ است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)

اگر U نامتناهی و A یک مجموعه نامتناهی باشد در این صورت A' می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. برای مثال:

$$\begin{cases} U = \mathbb{R} \\ A = \mathbb{Q} \Rightarrow \\ A' = \mathbb{Q}' \Rightarrow \text{نامتناهی} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow \\ A' = \{1\} \Rightarrow \text{متناهی} \end{cases}$$

یا

و در صورتی که B متناهی باشد، $B - A$ همواره متناهی خواهد بود.

متمم $\mathbb{N}$ را با توجه به هر کدام از گزینه‌ها تعیین می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

نامتناهی: مجموعه اعداد گویای غیرطبیعی $\mathbb{N}' = \mathbb{Q} - \mathbb{N} \Rightarrow$ گزینه ۱،

نامتناهی: مجموعه اعداد صحیح منفی و صفر $\mathbb{N}' = \mathbb{Z} - \mathbb{N} \Rightarrow$ گزینه ۲،

متناهی $\mathbb{N}' = (\mathbb{W} \cap \mathbb{Q}) - \mathbb{N} = \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$ گزینه ۳،



نامتناهی: مجموعه اعداد حقیقی غیرطبیعی $\mathbb{N}' = \mathbb{R} - \mathbb{N} \Rightarrow$ گزینه ۴

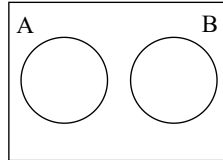
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$A' = \{۰, ۵, ۷, ۸, ۹\} \text{ و } B = \{۶, ۷, ۸, \dots\} \xrightarrow{U=\mathbb{W}} B' = \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$$

طبق نتیجه کتاب درسی داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

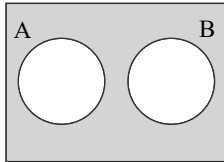
با توجه به نمودار ون داریم:



۲ عضو دارد. $(A \cup B)' = A' \cap B' = \{۰, ۵\} \Rightarrow$ دو مجموعه جدا از هم

گزینه ۱: $A \cap (A' \cap B) = A \cap B = \emptyset$

گزینه ۲: $(A' \cup B) \cap B = B$



گزینه ۳: $A' \cap B' \neq \emptyset \rightarrow$

گزینه ۴: $A' \cap (A \cup B) = B$

با توجه به تعریف دو مجموعه A و B داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\begin{cases} A = \{۸, ۹, ۱۰\} \\ B = \{۱, ۲\} \end{cases} \Rightarrow A \cup B = \{۱, ۲, ۸, ۹, ۱۰\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{۴, ۵, ۶\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

متناهی یا نامتناهی: $A \rightarrow A'$ نامتناهی

نامتناهی: $B \rightarrow B'$ متناهی

نامتناهی: $C \rightarrow C'$ متناهی

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: تفاضل دو مجموعه نامتناهی ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

گزینه ۲: اشتراک یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی حتماً متناهی است.

گزینه ۳:

$$(A' \cap C')' \cup B' = (A \cup C) \cup B'$$

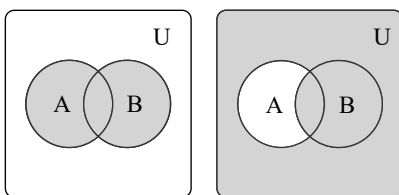
$$\underbrace{(A \cup C)}_{\text{نامتناهی}} \cup B' \rightarrow \text{نامتناهی}$$

گزینه ۴: تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$(A - B)' = (A \cap B')' = A' \cup B$$

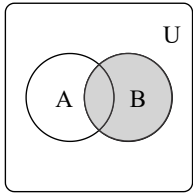
به نمودارهای ون زیر دقت کنید:



$$x \in (A \cup B)$$

$$x \in (A' \cup B)$$

اشتراک دو نمودار ون فوق، نمودار ون زیر است:



با توجه به نمودار فوق، فقط مورد «ج» را می‌توان به طور قطع نتیجه گرفت.

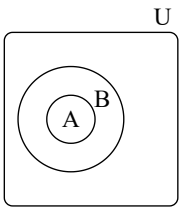
ابتدا توجه کنید که: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$(B - A)' = (B \cap A')' = B' \cup A$$

$$B' \cap A = A \cap B' = A - B \xrightarrow{A \subseteq B} A - B = \emptyset$$

$$A \cap B \xrightarrow{A \subseteq B} A$$

نمودار ون متناظر با مجموعه‌های A و B را رسم می‌کنیم.



با توجه به نمودار ون فوق، A زیرمجموعه‌ای از مجموعه‌های B ، $A \cap B$ و $(B - A)'$ است و بنابراین این مجموعه‌ها زیرمجموعه‌ای از A' نیستند.

از آنجایی $A \cap B' = \emptyset$ است و نیز زیرمجموعه‌ای از تمام مجموعه‌ها است. پس $B' \cap A$ زیرمجموعه‌ای از A' است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

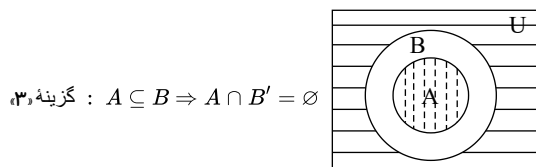
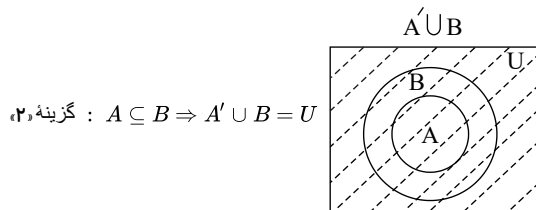
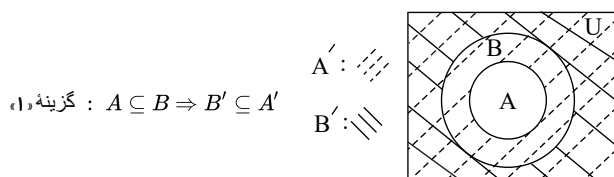
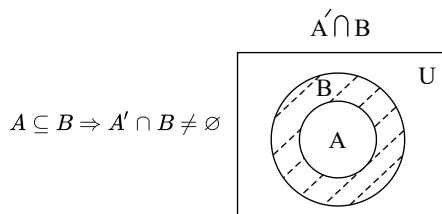
$$U = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}, A = \{21, 22, 23, \dots\} \Rightarrow A' = U - A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$A' \cap B = \{1, 2, 3, \dots, 20\} \cap \{7, 8, 9, \dots, 15\}$$

$$\Rightarrow A' \cap B = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

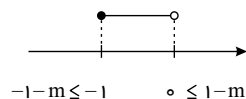
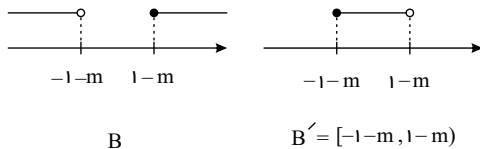
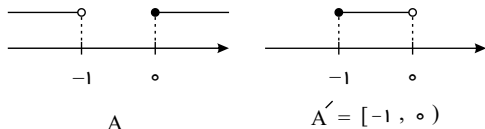
پس $A' \cap B$ شامل ۹ عدد زوج است.

گزینه «۴» نادرست است، زیرا: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷





۲۸) ابتدا به کمک نمایش هندسی مجموعه‌های A و B ، متمم این دو مجموعه را به دست می‌آوریم:



از آنجایی که $A' \cap B' = [-1, 0)$ بازه A' زیر مجموعه بازه B' است، یعنی:

$$\begin{cases} -1-m \leq -1 \\ 1-m \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq m \\ m \leq 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 \leq m \leq 1$$

۲۹) بررسی عبارت‌ها:

گزینه ۱: درست است. متمم مجموعه A شامل عضوهایی از مجموعه مرجع است که در مجموعه A قرار ندارند. بنابراین اجتماع مجموعه A با متمم خود، شامل تمام عضوهای مجموعه مرجع است.

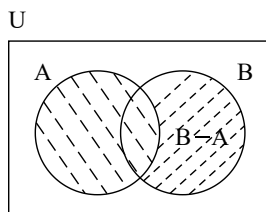
گزینه ۲: نادرست است. برای مثال بازه $(-1, 1)$ فقط شامل عدد صحیح صفر است ولی بی‌شمار عدد حقیقی را شامل می‌شود و در نتیجه نامتناهی است.

گزینه ۳: نادرست است. مجموعه اعداد گویا شامل اعداد طبیعی نیز می‌شود ولی متمم مجموعه اعداد طبیعی دیگر شامل اعداد طبیعی نخواهد بود. بنابراین مجموعه اعداد گویا، زیرمجموعه متمم اعداد طبیعی نیست.

گزینه ۴: نادرست است. برای مثال اشتراک دو مجموعه نامتناهی اعداد صحیح و طبیعی مجموعه اعداد طبیعی است که نامتناهی است.

۳۰) از آنجا که $B \cup B'$ برابر با مجموعه مرجع (U) است نتیجه می‌گیریم که $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ است. بنابراین چون $A = \{1, 5, 6\}$ است، پس $A' = \{2, 3, 4, 7\}$ است.

۳۱) با توجه به نمودار ون و خواص مجموعه‌ها داریم:



$$A \cup (B - A) = A \cup B$$

در نتیجه متمم $A \cup (B - A)$ برابر است با:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = A' - B$$

توجه کنید که رابطه $(A \cup B)' = A' \cap B'$ بنابر کتاب درسی است و رابطه $A' \cap B' = A' - B$ با استفاده از نمودار ون قابل بررسی و استنباط است.

۳۲) ۱ ۲ ۳ ۴

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq m \leq 7\} = \{-1, 0, \dots, 7\}$$

$$A_2 = \{m \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq m \leq 6\} = \{-2, -1, \dots, 6\}$$

.

.

$$A_8 = \{-8, -7, \dots, 0\}$$

$$\left. \begin{aligned} \bigcup_{i=1}^8 A_i &= \{-8, -7, -6, \dots, 5, 6, 7\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 16 \\ \bigcap_{i=1}^8 A_i &= \{-1, 0\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(-) \\ &\rightarrow \text{تعداد اعضای باقی مانده} = 14 \end{aligned}$$



$$\text{والیبال‌ها: } A \Rightarrow n(A) = ۳۲$$

$$\text{فوتبال‌ها: } B \Rightarrow n(B) = ۲۰ + ۵ = ۲۵$$

$$\text{هر دو رشته: } A \cap B \Rightarrow n(A \cap B) = ۵$$

$$\text{هیچ رشته: } A' \cap B' \Rightarrow n(A' \cap B') = ۵$$

تعداد دانش‌آموزانی که در رشته‌های فوتبال یا والیبال بازی می‌کنند، برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۳۲ + ۲۵ - ۵ = ۵۲$$

$$\text{تعداد کل دانش‌آموزان} = n(A \cup B) + n(A' \cap B') = ۵۲ + ۵ = ۵۷$$

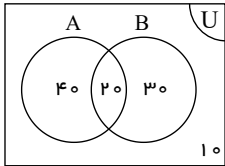
$$\text{۳۴} \quad \text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴}$$

$$n(A \cap B) = x \Rightarrow n(A) = ۴x, n(B) = ۲x$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۵x$$

$$\Rightarrow \frac{n(A \cup B)}{5n(A \cap B)} = \frac{5x}{5x} = 1$$

اگر A مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم فوتبال و B مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم والیبال باشند، داریم: (اعداد بر حسب درصد هستند).



$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = 100 - 10 = 90$$

$$\left. \begin{array}{l} n(A) = ۶۰ \\ n(B) = ۵۰ \\ n(A \cup B) = ۹۰ \end{array} \right\} \Rightarrow n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۶۰ + ۵۰ - ۹۰ = ۲۰$$

از کل اعضا، آن‌هایی را که در هر دو مجموعه A و B هستند کم می‌کنیم:

$$n(U) - n(A \cap B) = 100 - 20 = 80$$

$$\text{۳۶} \quad \text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴}$$

تعداد دانش‌آموزان مشترک در دو المپیاد: c

تعداد دانش‌آموزان فقط المپیاد ریاضی: a

تعداد دانش‌آموزان غیرالمپیادی: d

تعداد دانش‌آموزان فقط المپیاد شیمی: b

چون ۲۰ نفر یا در هر دو المپیاد ثبت‌نام کرده‌اند یا در هیچ‌کدام ثبت‌نام نکرده‌اند: پس:

$$c + d = 20 \Rightarrow a + b + \underbrace{c + d}_{20} = 40 \Rightarrow a + b = 20$$

۱۵ نفر فقط در المپیاد ریاضی ثبت‌نام کرده‌اند، پس:

$$a = 15 \Rightarrow b = 5$$

دقت کنید که ۵ نفر از دانش‌آموزان فقط در المپیاد شیمی ثبت‌نام کرده‌اند و به این تعداد باید دانش‌آموزان مشترک بین المپیاد ریاضی و شیمی نیز اضافه شود:

$$b + c = 5 + c$$

چون $c + b = 20$ پس $0 \leq c \leq 20$ در نتیجه:

$$5 \leq 5 + c \leq 25$$

$$\text{۳۷} \quad \text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴}$$

طبق نتیجه کتاب درسی داریم:



$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)')$$

$$n(A \cup B) + n((A \cup B)') = n(U)$$

$n(A \cup B)$ را می‌توان به صورت $n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$ نوشت:

$$n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) + n((A \cup B)') = n(U)$$

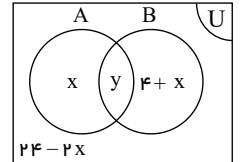
اگر $n(A - B) = y$ را برابر x فرض کنیم، $n(B - A) = 4 + x$ و $n((A \cup B)') = 24 - 2x$ می‌شود. با فرض $n(A \cap B) = y$ داریم:

$$x + y + 4 + x + 24 - 2x = 38$$

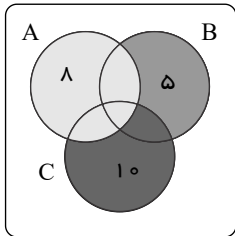
$$\Rightarrow 28 + y = 38$$

$$\Rightarrow y = 10$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 10$$



با توجه به اطلاعات صورت سؤال، نمودار ون زیر را می‌توان رسم کرد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

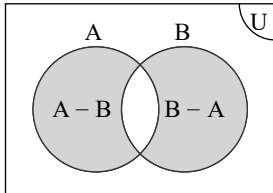


در نتیجه:

$$n(A \cup B \cup C) = 8 + 5 + 10 = 23$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

فرض کنیم $X = (A \cup B) - (A \cap B)$ باشد، طبق نمودار ون زیر داریم:



$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = X$$

$$X' = U - X \Rightarrow n(X') = n(U) - (n(A - B) + n(B - A) - n((A - B) \cap (B - A)))$$

$$\xrightarrow{n((A-B) \cap (B-A))=0} n(X') = 120 - (30 + 50) = 120 - 80 = 40$$

توجه کنید که $A - B$ و $B - A$ دو مجموعه مجزا هستند پس اشتراکشان عضوی ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 16, 28, 32, 56\} \Rightarrow 10 \text{ عضو}$$

$$n(B) = n(U) - n(B') = 100 - 60 = 40$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 40 - 15 = 45$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$۲۰ = n(A) + ۱۵ - ۰,۵n(A) \Rightarrow ۲۰ - ۱۵ = n(A) - \frac{1}{2}n(A) \Rightarrow ۵ = \frac{1}{2}n(A) \Rightarrow n(A) = ۱۰$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳ اگر مجموعه قبولی ها در درس ریاضی و شیمی را به ترتیب با A و B نشان دهیم، داریم:

فقط درس ریاضی

$$\rightarrow n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = ۶ \quad (۱)$$

فقط درس شیمی

$$\rightarrow n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = ۱۸ \quad (۲)$$

همچنین $n(A) = n(B)$ است، پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} n(A) - n(A \cap B) = ۶ \\ n(B) - n(A \cap B) = ۱۸ \end{cases} \xrightarrow{2n(A)=n(B)} \begin{cases} n(A) - n(A \cap B) = ۶ \\ 2n(A) - n(A \cap B) = ۱۸ \end{cases} \xrightarrow{\times(-2)} \begin{cases} n(A) - n(A \cap B) = ۶ \\ -2n(A) + n(A \cap B) = -۳۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2n(A) + n(A \cap B) = -۳۶ \\ 2n(A) - n(A \cap B) = ۱۸ \end{cases} \Rightarrow n(A \cap B) = ۶ \Rightarrow \begin{cases} n(A) = ۱۲ \\ n(B) = ۲۴ \end{cases}$$

در هیچ یک از دو درس قبول نشده اند.

$$\rightarrow n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) \Rightarrow ۱۵ = n(U) - ۱۲ - ۲۴ + ۶ \Rightarrow n(U) = ۴۵$$

$A \Rightarrow n(A) = ۷۲$: افراد علاقه مند به فوتبال

$B \Rightarrow n(B) = ۶۴$: افراد علاقه مند به والیبال

$A \cap B \Rightarrow n(A \cap B) = ۴۳$: افراد علاقه مند به هر دو ورزش

$(A \cup B)'$: افرادی که به ورزش فوتبال یا والیبال علاقه ندارند.

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) = ۱۵۰ - ۷۲ - ۶۴ + ۴۳ = ۵۷$$

با توجه به شکل زیر داریم: $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$$n(A) - n(A \cap B) = ۰,۴n(A) \Rightarrow n(A \cap B) = ۰,۶n(A)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۱,۵n(A)$$

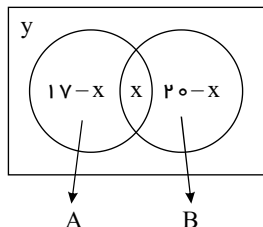
$$\Rightarrow n(A) + ۳۳ - ۰,۶n(A) = ۱,۵n(A)$$

$$\Rightarrow ۱,۱n(A) = ۳۳ \Rightarrow n(A) = ۳۰ \Rightarrow n(A \cap B) = ۱۸$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = ۳۳ - ۱۸ = ۱۵$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶ مجموعه اعضای تیم فوتبال را با A و مجموعه اعضای تیم والیبال را با B نشان می دهیم، تعداد افرادی که نه والیبال و نه فوتبال بازی می کنند را y و تعداد افرادی

که هر دو رشته را بازی می کنند x در نظر می گیریم، با رسم نمودار ون داریم:



$$۳۰ = y + (۱۷ - x) + x + (۲۰ - x) \Rightarrow ۳۰ = y + ۳۷ - x \Rightarrow x = y + ۷$$

اگر $y = ۰$ باشد، یعنی هیچکس نباشد که نه عضو تیم والیبال و نه عضو فوتبال. در این حالت $x = ۷$ می شود، پس x حداقل برابر ۷ می باشد، یعنی حداقل ۷ نفر در هر دو تیم عضو هستند.

$$\begin{cases} n(A \cup B) = n(U) = ۹ - (-۸) + ۱ = ۱۸ \\ n(A) = ۱۲ \\ n(A \cap B) = ۱ \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow ۱۸ = ۱۲ + n(B) - ۱ \Rightarrow n(B) = ۷$$



$$n(B') = n(U) - n(B) = 18 - 7 = 11$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n(A \cup B) + n(A \cap B) = 3x + 4 \\ n(A \cup B) - n(A \cap B) = x + 2 \end{cases}$$

دو طرف تساوی را از

$$\xrightarrow{\text{هم کم کنیم}} 2n(A \cap B) = 2x - 16 \Rightarrow n(A \cap B) = x - 8$$

در نتیجه:

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = x - x + 8 = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹ اگر علاقه‌مندی به ورزش والیبال را با A و علاقه‌مندی به فوتبال را با B نمایش دهیم، داریم:

$$n(A \cup B) = 32 \Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 32 \Rightarrow 24 + 18 - n(A \cap B) = 32 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

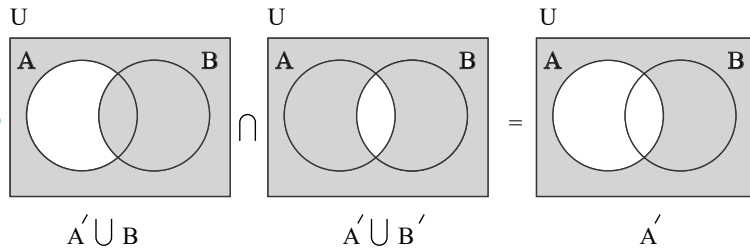
تعداد افرادی که فقط به ورزش والیبال علاقه‌مند هستند، برابر است با:

$$n(A) - n(A \cap B) = 24 - 10 = 14$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$A - B = A \cap B' \Rightarrow (A - B)' = (A \cap B')' = (A' \cup B)$$

$$(A \cap B)' = (A' \cup B')$$



$$\Rightarrow \text{عبارت} = (A' \cup B) \cap (A' \cup B') = A' \cup (B \cap B')$$

$$= A' \cup \emptyset = A'$$

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 8$$

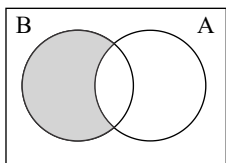
$$\Rightarrow n(A') = 20 - 8 = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = 80 - 20 = 60$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 60 = 30 + n(B) = 40$$

با توجه به شکل زیر $B \cap A'$ همان $B - A$ است، بنابراین:



$$n(B \cap A') = n(B) - n(A \cap B) = 40 - 10 = 30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = \frac{1}{3}n(U)$$

$$n(A \cap B) = \frac{1}{10}n(U)$$



$$\Rightarrow n(A) = \frac{1}{3}n(U) + \frac{1}{10}n(U) = \frac{13}{30}n(U)$$

$$\Rightarrow n(A') = \frac{17}{30}n(U) = 34 \Rightarrow n(U) = 60$$

$$\Rightarrow n(A) = \frac{13}{30}n(U) = \frac{13}{30} \times 60 = 26$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

اگر A و B را به ترتیب مجموعه دانش آموزانی بنامیم که عضو گروه سرود و تئاتر هستند، هدف از سؤال، به دست آوردن تعداد اعضای مجموعه $(A \cup B) - (A \cap B)$ است.

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow 5 = 60 - n(A \cup B) \Rightarrow n(A \cup B) = 55$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 55 = 26 + 12 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

$$n[(A \cup B) - (A \cap B)] = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 55 - 5 = 50$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

$$\begin{cases} n(U) = 50 \\ n(A') = 22 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 50 - 22 = 28$$

$$n(B) = \frac{1}{2}n(A) \Rightarrow n(B) = \frac{28}{2} = 14$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 20 = 28 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 28 + 14 - 8 = 34$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

A و B مجزا هستند $\Rightarrow A \cap B = \emptyset$

$$n(A \cap B) = 0 \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 35 \quad (1)$$

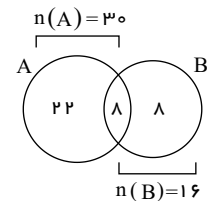
$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 \Rightarrow n(A) = 8 \xrightarrow{(1)} n(B) = 35 - 8 = 27$$

مجموعه اعضای B که فقط عضو B هستند، همان $B - A$ است:

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = n(B) = 27$$

$$2n(A \cap B) = 16 \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶



طبق نتیجه کتاب درسی داریم:

$$n(B \cap A') = n(B - A) = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

$$n[(A \cap B)'] = 11 \Rightarrow n(U) - n(A \cap B) = 11 \Rightarrow n(A \cap B) = n(U) - 11$$

$$n(A') + n(B') = 13 \xrightarrow[n(B')=n(U)-n(B)]{n(A')=n(U)-n(A)} n(U) - n(A) + n(U) - n(B) = 13$$

$$\Rightarrow -n(A) - n(B) = 13 - 2n(U)$$

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - \underbrace{n(B) + n(A)}_{13-2n(U)} + \underbrace{n(A \cap B)}_{n(U)-11} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸ «نه عضو A باشد نه عضو B ، یعنی: $A' \cap B'$ که همان $(A \cup B)'$ است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 15 - 3 = 37$$

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow 7 = n(U) - 37 \Rightarrow n(U) = 44$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

در این کلاس، اگر A مجموعه دانش آموزانی باشد که در درس ریاضی قبول شده‌اند و B مجموعه دانش آموزانی باشد که در درس شیمی قبول شده‌اند، داریم:

$$n(A \cap B) = 10$$



$n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 20$: فقط در یکی از دو درس قبول شده‌اند.

$$n(A) + n(B) - 2 \times 10 = 20 \Rightarrow n(A) + n(B) = 40$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 40 - 10 = 30$$

$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n((A \cup B)') = 30$: در هیچ کدام از دو درس قبول نشده‌اند.

$$n(U) = n(A \cup B) + n((A \cup B)') \Rightarrow n(U) = 30 + 30 = 60$$

$n(A) = 50$ و A : فوتبال و $n(B) = 30$ و B : والیبال و

$$\begin{cases} n((A \cup B)') = 30 \\ n(U) = 90 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = 90 - 20 = 70$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 70 = 50 + 30 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 50 - 10 = 40$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 30 - 10 = 20$$

$$\Rightarrow n(A - B) + n(B - A) = 40 + 20 = 60$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

A : شرکت کنندگان در کلاس طراحی

B : شرکت کنندگان در کلاس ورزشی

$$n(A) = 35, \quad n(B) = 31$$

$$n(A \cup B) = 46, \quad n(U) = 60$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 46 = 35 + 31 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 20$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 35 - 20 = 15$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

$$\left. \begin{aligned} n(A) &= 45 \text{ تعداد اعضای تیم فوتبال} \\ n(B) &= 25 \text{ تعداد اعضای تیم والیبال} \\ n(A \cup B) &= 55 \text{ تعداد افرادی که حداقل عضو یکی از دو تیم هستند} \end{aligned} \right\}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 55 = 45 + 25 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 15 \Rightarrow \text{تعداد افرادی که عضو هر دو تیمند}$$

$$55 - 15 = 40 = \text{تعداد دانش‌آموزان عضو تیم فوتبال یا والیبال} : \text{تعداد دانش‌آموزان دقیقاً عضو یک تیم}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴

۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴